

准双曲面齿轮冷摆辗方案回弹误差补偿

党玉功¹, 邓效忠², 蒋 闯¹, 聂少武¹

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072;

2. 河南科技大学 机械装备先进制造河南省协同创新中心, 河南 洛阳 471003)

摘 要: 提出一种冷摆辗方案, 该方案简化了模具结构, 采用局部线接触连续塑性成形. 采用位移修正算法构建回弹误差补偿迭代系统, 对冷摆辗模具进行修正来降低回弹误差. 该系统的特点是首先用修正算法预估下一次冷摆辗假设无回弹时工件的几何形状, 然后由冷摆辗模具设计原理推出所需要的新冷摆辗模具. 基于弹塑性有限元法基本理论, 借助有限元数值模拟技术进行实例验证, 分析结果证明: 该回弹误差补偿迭代系统只需3次迭代工件误差已经在允许的范围内, 因此其可大大的缩短生产周期和成本.

关 键 词: 抗疲劳制造; 准双曲面齿轮; 冷摆辗; 弹塑性有限元; 回弹误差补偿

中图分类号: V23; TH132.4

文献标志码: A

Compensation of springback error in a cold rotary forging method for hypoid gear

DANG Yu-gong¹, DENG Xiao-zhong², JIANG Chuang¹, NIE Shao-wu¹

(1. School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Collaborative Innovation Center of Machinery Equipment

Advanced Manufacturing, Henan Province,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China)

Abstract: The authors put forward a cold rotary forging method, and the method simplifies the die structure, adopts the local line contact continuous plastic forming. The algorithm of displacement adjustment was used to construct the compensation iteration system of springback error, which was used to correct springback error of the rolling die. The feature of the system was first estimating the workpiece geometry using correction algorithm when the workpiece was assumed no springback, then obtaining the new rolling die with the design principle of rolling die. Based on the basic theory of elastic-plastic finite element method, instance of verification was carried out with the aid of finite element numerical simulation technology. The results of this research confirm the compensation iteration system of springback error just need three iterations to make the workpiece tolerances within the permitted scope, therefore it can greatly shorten the production cycle and cost.

Key words: anti-fatigue manufacturing; hypoid gear; cold rotary forging; elastic-plastic finite element; compensation of springback error

收稿日期: 2014-06-30

基金项目: 国家自然科学基金(51075121)

作者简介: 党玉功(1979—), 男, 河南开封人, 博士生, 主要从事准双曲面齿轮的数字化设计制造. E-mail: dang_2000@163.com

通讯作者: 邓效忠(1957—), 男, 河南洛阳人, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事机械传动理论及先进制造技术研究.

E-mail: Dxz01@163.com

准双曲面齿轮具有承载能力强、减速比大以及传动平稳等优点,被广泛应用于车辆、航空和矿山机械等工业领域,是相错轴传动的关键部件.传统切削制齿加工方法由于材料利用率低、生产效率低以及因切断了金属纤维流线而造成的齿根弯曲强度降低等不足,已经很难满足现代工业发展的需要,因此采用精密锻造工艺生产准双曲面齿轮是近年来的一个研究热点.但是由于准双曲面齿轮轮齿几何形状复杂,造成轮齿角隅处材料充满程度不理想以及齿形精度不高等缺陷,必须对锻后轮齿进行精整.如果后续精整采用铣削或磨削,会造成锻后齿面致密的金属纤维被切断、刀具寿命由于齿面硬度高会大大降低等致命缺陷,这都制约着精密锻造工艺生产准双曲面齿轮技术的推广.本文在总结前人研究的基础上,结合准双曲面齿轮加工的特点,提出一种独特的冷摆辗方案,用来精整锻后准双曲面齿轮大轮的齿面和齿根,其模具结构简单,可以进一步减少成形力和弯曲疲劳强度^[1].

在塑性成形过程中,材料内部总是伴随着塑性变形和弹性变形.当外载荷去除时,弹性变形会产生恢复现象,从而使坯料的最终形状与所预期的目标形状不符,这种现象称为回弹.回弹误差会降低零件的几何精度,影响后续的装配和正常运转.冷摆辗作为精整加工方法,回弹误差不能忽略,所以要推广冷摆辗成形技术,首先就要解决材料的回弹问题,这对成形模具设计者提出了挑战.本文为减少模具和人工成本、缩短产品研发周期,采用弹塑性有限元数值模拟技术替代成形回弹实验,利用位移修正法对冷摆辗模具进行型面修正.另外需要说明的是:由于准双曲面齿轮大轮的弯曲疲劳强度比小轮低很多,所以这种冷摆辗方案及其回弹误差补偿技术是针对大轮提出的.

1 准双曲面齿轮大轮冷摆辗方案

冷摆辗成形也叫作回转锻造或轴向滚扎,20世纪六七十年代在国外开始用于实际生产,在国内近年来是一个研究热点.冷摆辗相对于切削加工比较清洁、平稳,相对于普通塑性加工可以减小成形力、节能与改善工作环境、提高工件的加工质量和尺寸精度、减少加工工序以及降低零件的制造成本,因此采用精密冷摆辗技术精整锻后的准双曲面齿轮具有无可比拟的优点和很好的经济效益^[2-3].

本文冷摆辗方案模拟成形法磨削加工并单齿

冷摆辗,采用局部线接触连续塑性成形^[4-5].如图1所示,冷摆辗模具是简单梯形结构,其轴剖面和加工砂轮法向剖面图在其与槽接触处的外形完全重合,冷摆辗模具安装在锥形摆头上面,把梯形模具几何中心轴线相对于机床中心轴线倾斜一个角度,使梯形模具和理论齿槽实现瞬时线接触.在冷摆辗过程中,梯形模具一边绕机床中心轴线公转一边绕自身几何中心轴线自传,图2为大轮冷摆辗精整示意图.冷摆辗过程中,梯形模具与目标齿槽的接触线一直沿着成形法磨齿加工砂轮的磨削面运动,保证了辗压的精度.精整完一个轮齿后,分度装置带动毛坯旋转,继续精整下一个轮齿.

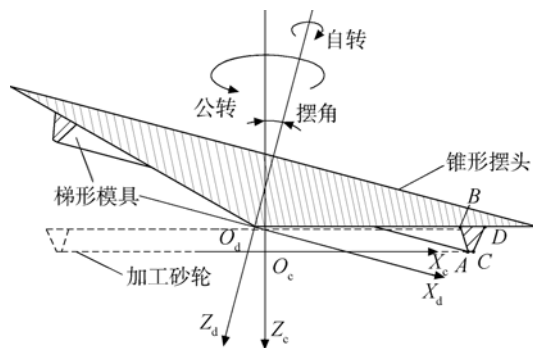


图1 摆头和梯形模具的结构以及运动示意图

Fig. 1 Schematic diagram of pendulum head and trapezoidal die structure and their movement

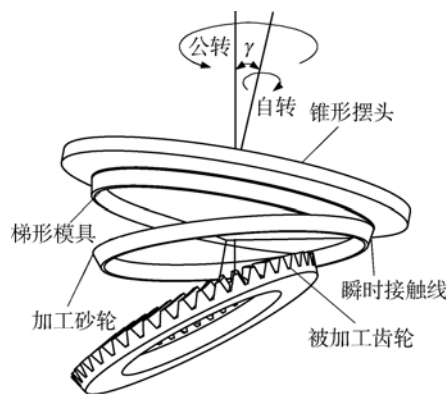


图2 大轮冷摆辗精整示意图

Fig. 2 Schematic diagram of cold rotary forging finishing for wheel

本文冷摆辗方案模具结构简单,局部线接触塑性变形具有所需冷摆辗力比较小、可以优化金属纤维流向以提高齿轮的弯曲强度等优点.冷摆辗精整后大轮的表面光洁平整,不再需要后续精加工,是一个技术创新^[6].

2 回弹误差补偿系统模型

目前回弹控制方法可以归结为两种:工艺控制法和模具补偿法。由于摆辗成形的最终形状是整个成形、回弹历史的累积效应,与模具几何形状、材料性能参数、摩擦接触等诸多因素密切相关,所以准双曲齿轮冷摆辗成形的回弹问题非常复杂,通过工艺控制法调节难以满足回弹控制要求,因此在解决高精度准双曲面齿轮冷摆辗成形回弹问题时应倾向采用模具补偿法。

近年来结合有限元数值模拟技术和实验等手段,研究出多种模具型面修正的补偿算法。其中代表性的学者 Gan, Weiher, Lingbeek, Karafillis, Cheng, Webb 等^[7-12],在他们的研究成果进行学习和总结的基础上,本文采用位移修正法对冷摆辗模具进行修正。位移修正法被证明是最有效和快速的修正方法,这个方法的原理为人们所熟知,它已经被工艺工程师广泛的使用。

准双曲面齿轮回弹误差补偿迭代系统如图3所示。①应用计算机辅助设计/计算机辅助工程(CAD/CAE)系统设计初始模具,初始模具按目标工件形状设计。②由 ABAQUS 软件进行摆辗的数值模拟,调整优化工艺参数使工件没有起皱、拉裂等缺陷,保持工艺参数稳定。③从模拟结果获得成形工件回弹后的型面数据,利用 Geomagic Qualify 测量软件对目标工件和成形工件进行测量,评价其回弹误差。若工件回弹误差满足要求,此次冷摆辗模具即为最终设计模具,否则进行下

一步。④利用成形回弹误差补偿修正算法对模具进行修正,制造新模具,按相同的工艺参数用新模具再次进行冷摆辗成形的数值模拟。⑤从模拟回弹结果获得成形工件的型面数据,利用 Geomagic Qualify 测量软件再次对目标工件和相应冷摆辗件进行测量,评价其回弹误差。若工件回弹误差满足要求,新模具即为最终设计模具,否则回到第4步重复以上迭代过程,直到设计出合理的模具为止。

3 回弹误差位移修正法

本冷摆辗方案模具和假设无回弹时理想成形工件之间是局部线接触,接触线绕机床中心轴线旋转形成的包络面就是假设无回弹时理想成形齿轮的齿槽形状,所以无回弹时理想成形齿轮齿槽的法向截面与冷摆辗模具的轴剖面外形形状相同,这样由齿槽形状就可以推出冷摆辗模具的轴剖面几何形状,将其绕冷摆辗模具几何中心旋转就得到修正后冷摆辗模具的形状。

位移修正法首先测量回弹后成形件并计算回弹后成形件和目标工件之间的距离即回弹量,然后把目标工件的表面在回弹变形的反方向修正相同的距离,把修正后的形状作为下一次冷摆辗回弹之前的工件形状,期望其回弹后和目标工件之间的误差较第1次有所收敛。在位移修正法中,工件此时被定义为一个分离的有限单元网格。 $\mathbf{R}$ 用来表示目标工件的几何形状,用三维空间系 h^3 中 n 个点的集合来表示, $\mathbf{S}^0$ 用来表示工件回弹后的几何形状。

$$\mathbf{R} = \{\mathbf{r}_i | \mathbf{r}_i \in h^3, 1 \leq i \leq n\} \quad (1)$$

$$\mathbf{S}^0 = \{\mathbf{s}_i^0 | \mathbf{s}_i^0 \in h^3, 1 \leq i \leq n\} \quad (2)$$

如果目标工件和回弹后工件上同一编号的节点 i 是成对的,即: $\mathbf{r}_i$ 回弹后变为 $\mathbf{s}_i^0$,下一次冷摆辗无回弹时工件的预期几何形状 $\mathbf{C}^1$ 现在可以计算为

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^1 &= \mathbf{R} + a(\mathbf{S}^0 - \mathbf{R}) \\ \Leftrightarrow \mathbf{c}_i^1 &= \mathbf{r}_i + a(\mathbf{s}_i^0 - \mathbf{r}_i) \quad \forall i \end{aligned} \quad (3)$$

式中 a 称为补偿因子,它通常为负值并且在 $-2.5 \sim -1$ 之间变化。第1次修正后得到的下一次冷摆辗回弹之前工件的预期几何形状被称为 $\mathbf{C}^1$,由此根据冷摆辗模具设计原理得到所需的新冷摆辗模具,运用新冷摆辗模具进行新的有限元模拟实验。新的回弹实验结果网格 $\mathbf{S}^1$ 现在被用来修正 $\mathbf{C}^1$,得到新的修正后工件回弹前的预期形状 $\mathbf{C}^2$ 。

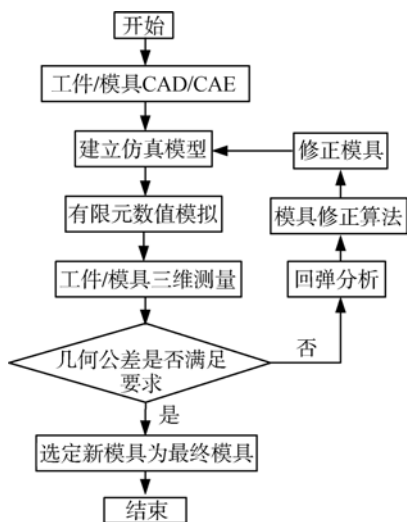


图3 准双曲面齿轮回弹误差补偿迭代系统

Fig. 3 Compensation iteration system of springback error for hypoid gear

$$C^2 = C^1 + a(S^1 - R) \quad (4)$$

式(3)、式(4)可以推广为下面的形式:

$$C^{t+1} = C^t + a(S^t - R) \quad 0 < t < t_{\max} \quad (5)$$

当成形件和目标工件的几何公差达到允许的范围时此迭代优化过程结束.

$$\|S^t - R\|_{\max} < \varepsilon_1 \quad (6)$$

注意,形状修正量 Φ

$$\begin{aligned} \Phi^t(R, S^t) &= \{\phi_i^t | \phi_i^t \in h^3, 1 \leq i \leq n\} \\ \phi_i^t &= a(s_i^t - r_i) \end{aligned} \quad (7)$$

式中 Φ 是上次回弹后所得的成形工件的修正量. 从第2个迭代开始,它被用来修正第1次已经修正过的假设无回弹时的工件形状,如图4所示. 根据上面的论述,模具修正算法由3个部分组成,其过程如图5所示.

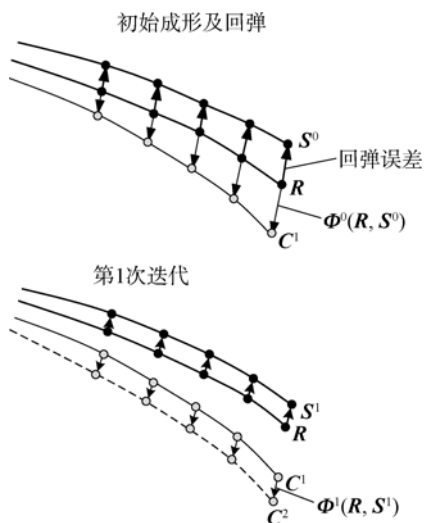


图4 位移修正法示意图

Fig. 4 Schematic diagram of displacement adjustment method

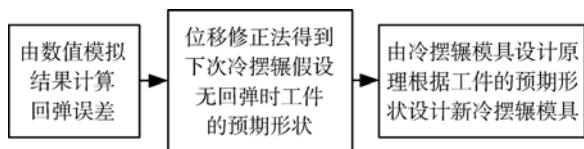


图5 模具修正算法的组成

Fig. 5 Composition of correction algorithm for die

为减少模具和人工成本,用有限元数值模拟替代闭环控制迭代修正所需的工件成形回弹试验. 图3所示的回弹误差补偿迭代系统可以具体化为采用图6所示的位移修正法构建的回弹误差补偿迭代系统.

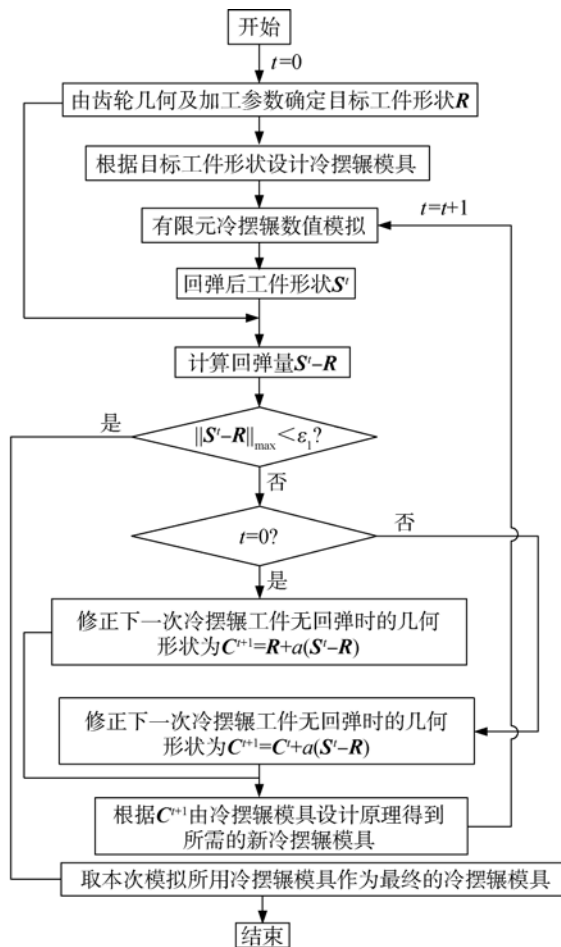


图6 位移修正法回弹误差补偿迭代系统流程图

Fig. 6 Flow chart of compensation iteration system for springback error which using the method of displacement adjustment

4 实际应用

4.1 CAD模型的建立及有限元模型的装配

以汽车驱动桥准双曲面齿轮从动轮作为例子,其几何参数如表1所示,在CATIA软件中建立从动轮和冷摆辗模具的几何模型,然后将它们导入到ABAQUS中. 本冷摆辗方案在局部接触区域接触压强很大,接触压强随与接触区域距离的增大而急剧减小,所以远离接触区域之外的几何形状和边界条件对接触区的应力应变影响很小^[13]. 为了避免固支边界条件对计算结果的影响,采用八齿模型进行分析. 在Assembly功能模块中创建实体,装配后部件的位置如图7所示.

采用显式算法模拟成形过程,隐式算法计算回弹. 在成形过程中,齿轮毛坯与冷摆辗模具之间主要是切向接触作用,使用库仑摩擦模型,摩擦因数取为0.2,采用硬接触的接触属性;成形过程中

表1 准双曲面齿轮几何参数
Table 1 Geometry parameters of hypoid gear

参数	数值
齿数	41
外锥距/mm	101.26
全齿高/mm	9.73
齿宽/mm	28
面锥角/(°)	74.8333
节锥角/(°)	73.70
根锥角/(°)	68.1333
面锥顶点到交叉点距离/mm	-3.60
节锥顶点到交叉点距离/mm	-3.05
根锥顶点到交叉点距离/mm	-1.36



图7 加工装配图

Fig. 7 Assembly drawing for processing

冷摆辗模具和工件的相对滑动比较大,需把滑动公式设置为 finite sliding^[14]. 设定辗具公转速度为 20 rad/s,单个齿冷摆辗需转动的角度为 0.76 rad,所以设定冷摆辗分析步步长为 0.038 s. 为加快计算速度,可采用一定的质量缩放.

4.2 冷摆辗模拟结果及分析

4.2.1 冷摆辗过程分析

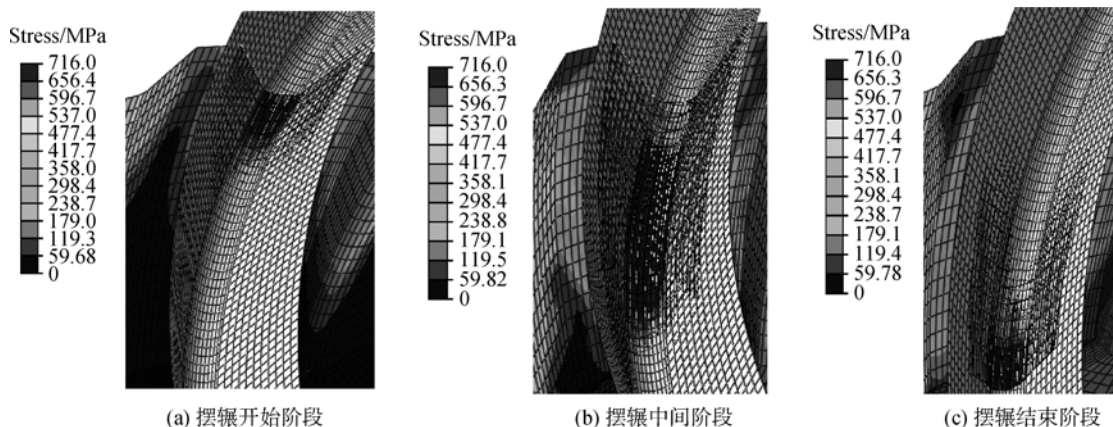
在第1次模拟时冷摆辗开始阶段、中间阶段和结束阶段的应力分布云图如图8所示. 由图8可以看出,冷摆辗成形时在上模摆动过程中,接触区的位置和大小时刻都在变化,其几何形状也比较复杂,工件和冷摆辗模具的接触面积总是远小于单个齿槽表面的总面积,因此这种冷摆辗方法可以大大减少冷摆辗力.

图9是成形后工件的应力分布云图,由图可见在齿根处应力比较大,最大应力为 716.2 MPa.

4.2.2 回弹分析

当把显示分析成形后的工件带着材料状态导入 Abaqus/Standard 时,接触力和动态力不能导入造成工件静力不平衡. 为了使回弹分析开始时静力平衡, ABAQUS/Standard 自动施加一组“伪”内力来平衡导入的应力. 在回弹分析中“伪”内力逐渐消失,工件中的内应力重新分布,工件发生回弹变形,“伪”内力完全消失后得到工件回弹后的最终形状. 由回弹前后的应力云图,图9、图10可看到,回弹后,内应力得到了一定的释放.

回弹后受辗齿槽表面位移分布云图如图11所示,齿槽中间节点的位移量比较小,说明其塑性变形量比较小,弹性回弹量较大,齿槽两端节点的位移量比较大,说明其塑性变形较大,弹性回弹量较小. 这种变形情况和金属流动规律是一致的,齿槽两端阻力小更容易发生塑性变形,齿槽中间阻力大,金属不容易流动,弹性变形量比较大. 这样冷摆辗后得到的齿形应该是一个鼓形齿,接触受力情况应该会得到改善. 对图11中受辗齿槽表面



(a) 摆辗开始阶段

(b) 摆辗中间阶段

(c) 摆辗结束阶段

图8 冷摆辗成形过程截图

Fig. 8 Screenshots of cold rotary forging forming process

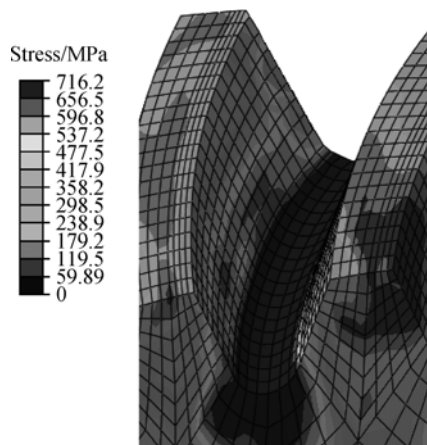


图9 成形后应力分布

Fig. 9 Stress distribution after forming

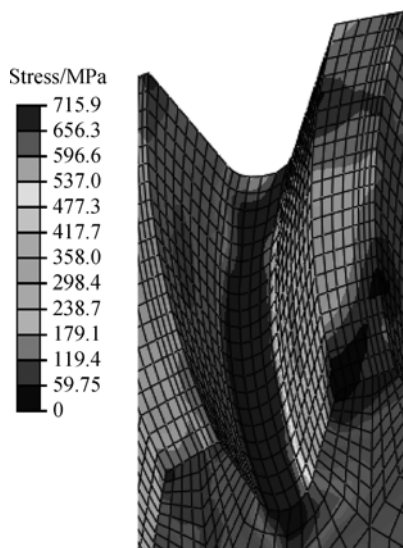


图10 回弹后应力分布

Fig. 10 Stress distribution after springback

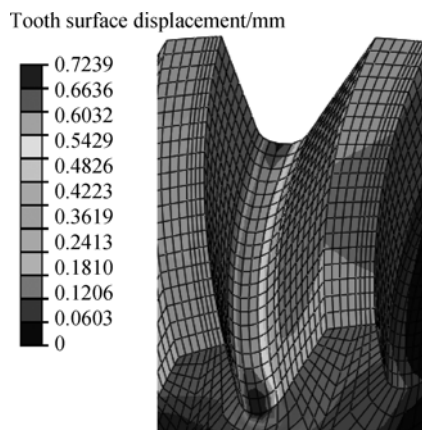


图11 回弹后齿槽表面位移分布

Fig. 11 Distribution of tooth surface displacement after springback

的所有节点建立一个显示组,然后把显示组里面所有节点的数据以.rpt的格式导出来.根据变形回弹后节点的坐标,通过曲面重构技术,可以拟合出回弹变形后的齿槽表面,如图12所示.然后将回弹变形后的齿槽表面导入到Geomagic Qualify软件中和目标齿槽表面进行比较,可以评估回弹情况,其三维比较结果如图13所示.

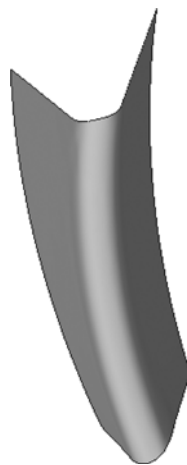


图12 回弹后的齿槽表面

Fig. 12 Tooth surface after springback

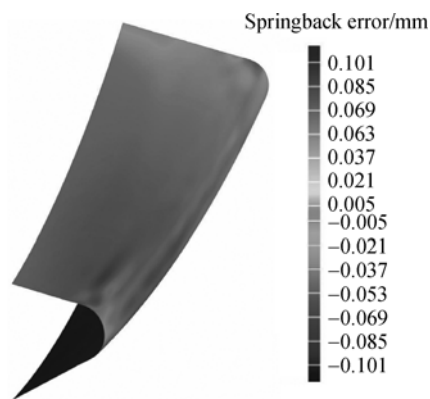


图13 第1次回弹后三维回弹误差分布

Fig. 13 Three-dimensional springback error distribution after the first springback

由Geomagic Qualify软件的三维比较结果可以看出,回弹后工件和目标工件的最大回弹误差为0.101 mm,平均回弹误差为0.0429 mm,冷摆辗后的工件发生了明显的回弹,所以要保证冷摆辗齿轮的精度,必须进行回弹补偿.

4.3 冷摆辗模具的回弹修正

第1次数值模拟时,冷摆辗模具按工件的目标几何形状来设计.回弹后首先由数值模拟结果

计算回弹误差,然后利用位移修正法得到下次冷摆辗假设无回弹时工件的预期形状,此时补偿因子 a 为 -0.5 ,最后由冷摆辗模具设计原理根据工件的预期形状设计新冷摆辗模具。此外由前面回弹分析结果可知,工件在齿槽方向各处的回弹量是不一样的,这样根据位移修正法得到的齿槽在各处的法向截面是不相同的。对于这种情况,本文在齿槽中间取法向截面,其两端按曲率适当延伸后将其作为冷摆辗模具的轴剖面外形。运用新的冷摆辗模具进行有限元模拟实验,如此经过3次迭代,由曲面重构技术得到第3次模拟成形件齿槽的几何模型,然后将其导入到 Geomagic Qualify 软件中和目标齿槽表面进行比较,其三维回弹误差比较结果如图14所示,成形件和目标工件在正负方向的最大回弹误差分别为 0.0542 mm 和 0.0775 mm ,在正负方向的平均回弹误差分别为 0.0029 mm 和 0.0093 mm ,此时工件回弹误差已经在允许的范围内,迭代优化过程结束。

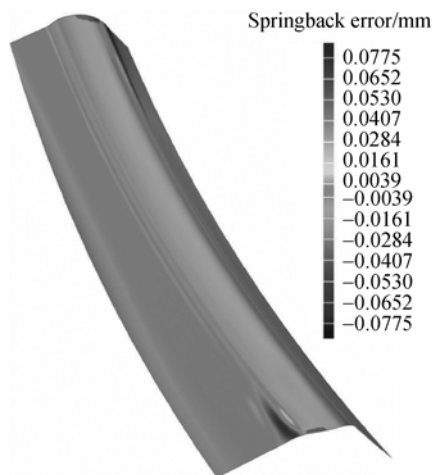


图14 第3次回弹后三维回弹误差分布

Fig. 14 Three-dimensional springback error distribution after the third springback

4.4 冷摆辗后齿轮的加载接触分析验证

为了检查冷摆辗精整后从动轮的啮合情况,本文基于 ABAQUS 软件分析准双曲面齿轮在高速重载情况下轮齿的接触情况^[15-17]。对于冷摆辗精整后的大轮,在 ABAQUS 软件后处理中提取出其齿槽节点数据,利用曲面重构技术得到冷摆辗后的齿槽形状,从而构建出其三维实体模型。对于小轮通过数值计算得到齿面离散数据点^[18],对齿面进行曲面重构可构建出小轮的三维实体模型。用五齿对模型来分析以减少模型的计算量,五齿对准双曲面齿轮对有限元模型如图15所

示^[17]。本次分析采用显示动力学分析算法,只保留大小轮沿各自轴线的旋转自由度,对大轮施加 $9000\text{ N}\cdot\text{m}$ 的扭矩,使小轮以 500 r/min 的速度转动。



图15 五齿对准双曲面齿轮有限元模型

Fig. 15 Finite element model of five pairs hypoid teeth

分析五齿对有限元模型,得到加载接触分析(LTCA)结果,大轮凸面和小轮凹面在啮合过程中某时刻的应力以及接触压强云图如图16~图19所示。小轮逆时针转动时,齿面应力、接触压强变化情况显示出小轮凹面和大轮凸面接触,大轮在小轮驱动下顺时针转动。在准双曲面齿轮啮合过程中,较合理的接触区要求是大小轮有适当的内对角接触,即小轮逆时针旋转时,小轮凹面上的接触轨迹走势为从大端齿根逐渐走向小端齿顶,大轮凸面上接触轨迹走势为从大端齿顶逐渐走向小端齿根,当小轮顺时针旋转时,小轮和大轮的接触轨迹走势和逆时针时相反。由图16~图19中

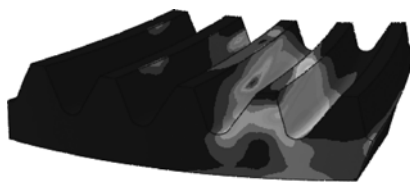


图16 大轮凸面应力

Fig. 16 Convex surface stress of wheel



图17 大轮凸面接触压强

Fig. 17 Convex surface pressure of wheel

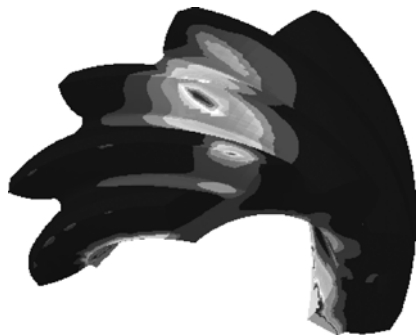


图 18 小轮凹面应力

Fig. 18 Concave surface stress of pinion



图 19 小轮凹面接触压强

Fig. 19 Concave surface pressure of pinion

LTCA 结果可以看出,接触区移动趋势与理论要求保持一致,此外从图 16~图 19 中应力椭圆的大小和高亮程度还可以看出应力最大位置位于齿面中部,这表明冷摆辗后的齿轮接触情况良好,达到了理想效果。

5 结 论

1) 针对传统冷摆辗方案的不足,提出一种冷摆辗方案对锻后准双曲面齿轮的齿面和齿根进行精整,该方法冷摆辗模具结构简单,可以进一步减小成形力。

2) 本文构建了一种弹性回弹误差补偿迭代系统,该系统的一个显著创新是在利用其对冷摆辗模具进行修正时,首先利用修正算法预估下一次冷摆辗假设无回弹时工件的几何形状,然后再由冷摆辗模具设计原理得到所需要的新冷摆辗模具。

3) 以汽车驱动桥从动轮为例,借助有限元技术为手段进行回弹闭环控制迭代,经过 3 次迭代后,工件的回弹误差已经在允许的范围内,证明了本系统以及其所采用的回弹误差补偿是有效和快速的。

4) 利用 ABAQUS 软件对冷摆辗齿轮进行

LTCA,分析结果证明了冷摆辗后的齿轮接触情况良好,达到了冷摆辗加工的理想效果。

参考文献:

- [1] 党玉功,邓效忠,聂少武,等. 准双曲面齿轮冷摆辗加工新方案及其可行性分析[J]. 北京工业大学学报, 2013, 39(9):1290-1296.
DANG Yugong, DENG Xiaozhong, NIE Shaowu, et al. New scheme of cold rotary forging for hypoid gear and its feasibility[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2013, 39(9):1290-1296. (in Chinese)
- [2] 张猛,胡亚民. 摆辗技术[M]. 北京:机械工业出版社, 1998.
- [3] 胡亚民,华林,赖周艺,等. 汽车摩托车齿轮类零件的冷摆辗精密成形[J]. 中国机械工程, 2006, 17(10):140-143.
HU Yamin, HUA Lin, LAI Zhouyi, et al. The technology of cold precision orbital forming of various gears in automobile and autobicycle[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(10):140-143. (in Chinese)
- [4] 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 1989.
- [5] 张华. 四轴联动数控铣齿机变性法加工准双曲面齿轮的理论和实验研究[D]. 江苏 镇江:江苏大学, 2008.
ZHANG Hua. Theory and experiments research of hypoid gear manufacturing with modify-roll method on 4-axis CNC cutting machine[D]. Zhenjiang Jiangsu: Jiangsu University, 2008. (in Chinese)
- [6] 党玉功,邓效忠,王斌,等. 准双曲面齿轮冷摆辗加工新方法的数值模拟[J]. 中国机械工程, 2014, 25(9):1250-1254.
DANG Yugong, DENG Xiaozhong, WANG Bin, et al. A new type cold rotary forging method for hypoid gear and its numerical simulation[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(9):1250-1254. (in Chinese)
- [7] Gan W, Wagoner R H. Die design method for sheet springback[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2004, 46(7):1097-1113.
- [8] Weiher J, Rietman B, Kose K, et al. Controlling springback with compensation strategies[C]// NUMIFORM 2004 Proceedings. Columbus: Ohio State University, 2004:1011-1015.
- [9] Lingbeek R, Huetink J, Ohnismus S, et al. The development of a finite elements based springback compensation tool for sheet metal metal products[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 169(1):115-125.
- [10] Karafillis A P, Boyce M C. Tooling and binder design for sheet metal forming processes compensation springback error[J]. International Journal of Tool Manufact, 1996, 36(4):503-526.
- [11] Cheng H S, Cao J, Xia Z C. An accelerated springback compensation method[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2007, 49(3):267-279.
- [12] Webb R D, Hardt D E. A transfer function description of sheet metal forming for process control[J]. Journal of In-

- dustrial and Engineering Chemistry, 1991, 113(1): 44-52.
- [13] Johnson K L. Contact mechanics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [14] 刘成, 景作军. 高强度钢辊弯成型回弹分析[J]. 新技术新工艺, 2008(10): 24-26.
- LIU Cheng, JING Zuojun. Springback analysis of roll forming for high strength steel[J]. New Technology and New Process, 2008(10): 24-26. (in Chinese)
- [15] 邓效忠, 方宗德, 杨宏斌, 等. 高重合度弧齿锥齿轮的强度分析[J]. 航空动力学报, 2002, 17(3): 367-372.
- DENG Xiaozhong, FANG Zongde, YANG Hongbin, et al. Analysis of meshing behavior and experiments of spiral bevel gears with high contact ratio[J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17(3): 367-372. (in Chinese)
- [16] 李盛鹏, 方宗德, 张金良, 等. 弧齿锥齿轮齿根弯曲应力分析[J]. 航空动力学报, 2007, 22(5): 843-848.
- LI Shengpeng, FANG Zongde, ZHANG Jinliang, et al. Analysis of tooth root bending stress for spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(5): 843-848. (in Chinese)
- [17] 唐进元, 蒲太平. 基于有限元法的螺旋锥齿轮啮合刚度计算[J]. 机械工程学报, 2011, 47(11): 23-29.
- TANG Jinyuan, PU Taiping. Spiral bevel gear meshing stiffness calculations based on the finite element method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(11): 23-29. (in Chinese)
- [18] Faydor L. Litvin gear geometry and applied theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.